

—Semaine 21—

Programme de colles du 16 au 21 Mars

Chapitre au programme

- Chapitre 20. Analyse asymptotique.
- Chapitre 22. Développements limités.

Preuves de cours à connaître

- Obtention d'équivalents par encadrement (Propriété 5 du Chapitre 20).
- Conservation du signe et de la limite par équivalence (Propriété 16 du Chapitre 20).
- Développements limités et régularité (Propriété 3 du Chapitre 22).
- Formule de Taylor-Young (Théorème 7 du Chapitre 22).

Exercices à préparer

Ex 1 Déterminer le $DL_7(0)$ de l'expression $\tan(x)$.

Ex 2 Étudier au voisinage de 0 la fonction

$$f : x \mapsto (1+x)e^{\frac{1}{1-x}}$$

Ex 3 On considère la fonction suivante définie sur $] -\infty, -1[\cup]0, +\infty[$

$$f : x \mapsto \sqrt{x^2 + x}$$

Étudier les branches infinies de la courbe représentative de f .

Ex 4 On considère la fonction

$$f : x \mapsto \frac{x^4}{1+x^6}.$$

Justifier que f est de classe \mathcal{C}^∞ et déterminer $f^{(n)}(0)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Ex 5 On considère la fonction f définie $D =]-1, +\infty[$ par

$$f(x) = x + \ln(1+x)$$

- (a) Montrer que f est bijective de D sur $f(D)$ (que l'on précisera).
- (b) Montrer que f^{-1} possède un $DL_2(0)$ et le déterminer.

Ex 6 Soit k un entier supérieur à 2. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \begin{cases} x^{k+1} \sin\left(\frac{1}{x^k}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} , f possède un $DL_k(0)$ et f' n'est pas continue en 0. Qu'illustre cet exercice?

Consignes

Pour commencer la colle, chaque élève présentera une preuve de cours et un exercice parmi ceux à préparer.