PCSI 5 **Note /5**

Interrogation de cours 23 du Lundi 4 Avril 2016

Nom et prénom :

1. (**/ 1 points**) Énoncer le théorème des sommes de Riemann (on explicitera la somme de Riemann). Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue.

$$R_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\underbrace{a + k\frac{b-a}{n}}_{=a_k}\right) \to \int_{[a,b]} f.$$

2. (**/ 1 points**) Formule de Taylor avec reste intégrale. Pour toute fonction $f : [a,b] \to \mathbb{K}$ de classe $\mathcal{C}^{n+1}$, on a l'égalité :

$$f(b) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(b-a)^k}{k!} f^{(k)}(a) + \int_a^b \frac{(b-t)^n}{n!} f^{(n+1)}(t)dt.$$

3. (**/ 3 points**) Vrai ou Faux :

V F

■ ☐ Soit $f, g : I \to \mathbb{R}$ continues telles que $f \leq g$ et $\int_I f = \int_I$, alors $f = g$.

☐ ■ Toute famille $\mathcal{F}$ dont les vecteurs sont deux à deux non colinéaires est libre.

☐ ■ Dans $\mathbb{R}_n[X]$, toute famille comportant $(n+1)$ vecteurs est une base de $\mathbb{R}_n[X]$.

■ ☐ Si $\dim(F) + \dim(G) = \dim(E)$ et $\dim(F \cap G) = 0$, alors $E = F \oplus G$.

■ ☐ $rg(x_1, \ldots, x_n, x) = rg(x_1, \ldots, x_n) \Rightarrow (x_1, \ldots, x_n, x)$ est liée.

☐ ■ $\dim \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}) = n + p$.

☐ ■ Si $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ est continue et $\int_{[a,b]} f = 0$, alors $f = 0$.

☐ ■ La fonction $f : x \mapsto \displaystyle\int_1^{2x} \frac{e^t}{t} dt$ est dérivable, de dérivée $x \mapsto \dfrac{e^{2x}}{2x}$.