Interrogation de cours 22 du Mardi 29 Mars 2016

Nom et prénom :

1. (**/ 1 points**) Compléter :

- $\dim(E \times F) = \dim(E) + \dim(F)$
- $\dim(E + F) = \dim(E) + \dim(F) - \dim(E \cap F)$

2. (**/ 2 points**) Soit $\mathcal{F} = (e_1, \ldots, e_p)$ une famille de vecteurs d'un espace E de dimension n. Compléter :

- $rg(\mathcal{F}) = \dim Vect(\mathcal{F})$
- $rg(\mathcal{F}) \leq \min(n, p)$
- $rg(\mathcal{F}) = p \Leftrightarrow \mathcal{F}$ est libre
- $rg(\mathcal{F}) = n \Leftrightarrow \mathcal{F}$ est génératrice

3. (**/ 1 points**) Donner deux caractérisations de $E = F \oplus G$ à l'aide de la dimension.

$$E = F \oplus G \Leftrightarrow \begin{cases} F \cap G = \{0_E\} \\ \dim(E) = \dim(F) + \dim(G) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F + G = E \\ \dim(E) = \dim(F) + \dim(G) \end{cases}$$

4. (**/ 1 points**)

- La famille $(e_1 = (1,1,1), e_2 = (1,2,3))$ est elle une base de $\mathbb{R}^3$?

  Ce n'est pas une famille génératrice car son cardinal est < 3. Ce n'est donc pas une base.

- La famille $(e_1 = (1,1,1), e_2 = (1,2,3), e_3 = (1,4,6))$ est elle une base de $\mathbb{R}^3$?

  On montre que c'est une famille libre, de cardinal $3 = \dim \mathbb{R}^3$. C'est donc une base de $\mathbb{R}^3$.