PCSI 5 **Note /10**

Interrogation de cours 14 du Lundi 11 Janvier 2016

Nom et prénom :

1. (/ **1,5 point**) Soient $a = \prod_{p\in\mathbb{P}} p^{\alpha_p}$, $b = \prod_{p\in\mathbb{P}} p^{\beta_p}$. Compléter :

$a|b \Leftrightarrow \forall p \in \mathbb{P},$; $a \wedge b =$; $a \vee b =$

2. (/ **3,5 points**) Soient E et F deux ensembles fini, $n = Card(E)$, $p = Card(F)$.
On note $\mathcal{A}(E,F)$ (resp. $\mathcal{I}(E,F)$, $\mathcal{S}(E)$) l'ensemble des applications de E dans F (resp. applications injectives de E dans F, resp. bijectives de E dans F), $\mathcal{P}(E)$ (resp. $\mathcal{P}_k(E)$) l'ensemble des parties de E (resp. des parties à k éléments de E). Compléter :

- $Card(E \cup F) =$
- $Card(E \times F) =$
- $Card(\mathcal{A}(E,F)) =$
- $Card(\mathcal{I}(E,F)) =$
- $Card(\mathcal{S}(E)) =$
- $Card(\mathcal{P}(E)) =$
- $Card(\mathcal{P}_k(E)) =$

3. (/ **3 points**) Vrai ou Faux :

V F

☐ ☐ $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ est stable pour l'addition et le produit.

☐ ☐ Soient $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ telles que $A \times B = 0_2$, alors $A = 0_2$ ou $B = 0_2$.

☐ ☐ $E_{i,k} \times E_{k,j} = E_{i,j}$.

☐ ☐ ${}^t(A \times B) = {}^tA\,{}^tB$.

☐ ☐ La somme de deux matrices symétriques est une matrice symétrique.

☐ ☐ Si $A, B \in \mathcal{AS}_n(\mathbb{K})$, alors $A \times B \in \mathcal{AS}_n(\mathbb{K})$.

☐ ☐ Une matrice triangulaire inférieure est nilpotente.

☐ ☐ Pour toutes matrices $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $(A+B)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^k B^{n-k}$.

☐ ☐ $AP_{i,j}$ est la matrice obtenue à partir de A en permutant les lignes L_i et L_j.

4. (/ **2 points**) Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & -2 & 8 \\ 5 & 1 & -3 & 12 \end{pmatrix}$. Déterminer une matrice E produit de matrices d'opérations élémentaires, et une matrice R échelonnée réduite par lignes telles que $E \times A = R$.