Colle 1. Mathilde Corniche

Exercice 1

On considère deux urnes contenant chacune 2 boules. Initialement, les urnes sont unicolores : la première contient les deux boules noires et la seconde les deux blanches.

On tire au hasard une boule dans chaque urne et on les intervertit. On enchaîne les tirages de façon indépendante. À chaque étape de ce jeu, on dénombre les boules noires dans la première urne.

Pour n un entier naturel non nul, on note les événements :

- Z_n :« il y a aucune boule noire dans l'urne une » ;
- U_n : « il y a 1 boule noire dans l'urne une » ;
- D_n : « il y a 2 boules noires dans l'urne une ».

Pour la suite, on notera : $z_n = P(Z_n)$, $u_n = P(U_n)$ et $d_n = P(D_n)$.

1. Déterminer ces trois valeurs à l'étape $n = 0$ et $n = 1$.
2. Soit n un entier naturel non nul. Exprimer u_{n+1} en fonction de z_n, u_n et d_n.
3. En déduire une relation entre u_{n+1} et u_n.
4. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Colle 2. Thomas Doan

Exercice 2

Un laboratoire fabrique un alcool-test et les essais montrent que :

- 2% des personnes contrôlées sont en état d'ébriété ;
- 95 fois sur 100 l'alcool-test a donné un résultat positif alors que la personne était en état d'ébriété ;
- 95 fois sur 100 l'alcool-test a donné un résultat négatif alors que la personne n'était pas en état d'ébriété.

1. On essaie l'appareil sur une personne et on constate que le résultat est positif. Quelle est la probabilité que cette personne soit en état d'ébriété ?
2. On essaie l'appareil sur une personne et on constate que le résultat est négatif. Quelle est la probabilité que cette personne soit en état d'ébriété ?
3. Déterminer la probabilité que le résultat donné par l'appareil soit faux.

Colle 3. Houyeim Smain

Exercice 3

Soient $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ 3x+y+z = 0 \text{ et } x+z = 0\}$ et $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ x+y-z = 0\}$ deux sous-ensembles de $\mathbb{R}^3$.
Soient $a = (1,1,1)$, $b = (1,0,1)$ et $c = (0,1,1)$. On pose $G = \text{Vect}(a)$.

1. Montrer que E, F et G sont des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$.
2. Déterminer une base de E. Quelle est la dimension de E ?
3. Montrer que (b,c) est une base de F.
4. A-t-on $\mathbb{R}^3 = E \oplus F$?
5. Montrer que (a,b,c) est une base de $\mathbb{R}^3$.
6. A-t-on $\mathbb{R}^3 = F \oplus G$?
7. Soit $u = (2,4,7)$. Exprimer u dans la base (a,b,c).