

Test de connaissance 9

Nom et prénom :

1. (/ 1,5 points) Soit f un endomorphisme d'un espace vectoriel E . Donner la définition :

- d'une valeur propre λ de f :

- d'un vecteur propre associé à la valeur propre λ :

- de l'espace propre associé à une valeur propre λ de f :

2. (/ 2 points) Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Compléter

$$\begin{aligned} \lambda \in \text{Sp}(A) &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \end{aligned}$$

Dans ce cas, $\dim(E_\lambda(A)) =$

3. (/ 3,5 points) Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

- Si A est triangulaire, que dire des valeurs propres de A ?

- Si P est un polynôme annulateur de A , que dire des valeurs propres de A ?

- Que peut-on dire de $\sum_{\lambda \in \text{Sp}(A)} E_\lambda(A)$?

- Que peut-on dire de $\sum_{\lambda \in \text{Sp}(A)} \dim(E_\lambda(A))$?

- Si A admet n valeurs propres distinctes, que peut-on dire des sous-espaces propres de A ?
- Que peut-on dire si $0 \in \text{Sp}(A)$?
- Si $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, comment obtenir les valeurs propres de A ?