 Note /10

Test de connaissance 8

Nom et prénom :

1. (**/ 1 point**) Citer le théorème des sommes de Riemann.

2. (**/ 2 points**) Compléter :

FONCTION $x \mapsto \dots$	PRIMITIVE $x \mapsto \dots$	DOMAINE DE VALIDITÉ
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$		
x^α, $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$		
$\sin(x)$		
$\dfrac{1}{a^2+x^2}$, $a > 0$		

3. (**/ 1 point**) Compléter :

	INTÉGRALE	NATURE
Riemann	En $+\infty$: $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\,\mathrm{d}t$	Converge ssi
Riemann	En 0 : $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\,\mathrm{d}t$	Converge ssi
Expon.	$\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t \quad (\lambda \in \mathbb{R})$	Converge ssi

4. (**/ 2 points**) Soient f et g deux fonctions continues sur $[a, b[$. Compléter :

COMPARAISON PAR	HYPOTHÈSES	CONCLUSION
Négligeabilité		$\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge
Équivalent		$\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge (resp. diverge)

5. (/ **3 points**) Vrai ou Faux :

V **F**

☐ ☐ Toute fonction définie sur un intervalle I admet une primitive sur I.

☐ ☐ Si $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge, que $f \geq 0$ sur $[a,b]$, et que $\exists t_0 \in]a,b[$ tel que $f(t_0) > 0$, alors $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t > 0$.

☐ ☐ L'intégrale $\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$ converge.

☐ ☐ L'intégrale $\int_0^1 t\ln(t)\mathrm{d}t$ converge.

☐ ☐ $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(t+1)}\mathrm{d}t = \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t$ converge, et $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(t+1)}\mathrm{d}t = \int_1^{+\infty} \frac{1}{t}\mathrm{d}t - \int_1^{+\infty} \frac{1}{t+1}\mathrm{d}t$.

☐ ☐ Soit $f :]a,b[\to \mathbb{R}$ continue. Alors $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge $\Leftrightarrow$ $\int_a^{\frac{a+b}{2}} f(t)\mathrm{d}t$ et $\int_{\frac{a+b}{2}}^b f(t)\mathrm{d}t$ convergent.

☐ ☐ Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est continue sur $\mathbb{R}$ et que $\lim\limits_{T\to+\infty} \int_{-T}^T f(t)\mathrm{d}t$ existe et est finie, alors $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ converge.

☐ ☐ Soit $f : [0,+\infty[\to \mathbb{R}$ continue. Si $\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ converge, alors $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 0$.

6. (/ **1.5 points**) Compléter :

Soit f une fonction continue sur $]\alpha,\beta[$, $-\infty \leq \alpha < \beta \leq +\infty$. On considère une fonction $\varphi :]a,b[\to \mathbb{R}$.

Hypothèses :
-
-
-

Alors les intégrales généralisées $\int_{\lim\limits_{t\to a^+} \varphi(t)}^{\lim\limits_{t\to b^-} \varphi(t)} f(x)\mathrm{d}x$ et $\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)\mathrm{d}t$ ....

....